5. Schnittstellen von f(x) mit der Asympoten-Funktion $f_A(x)$

Allgemeiner Ansatz:

$$f(x) = f_A(x), \quad \text{mit } f(x) = f_A(x) + r(x) \text{ folgt:}$$

$$\Leftrightarrow \quad f_A(x) + r(x) = f_A(x)$$

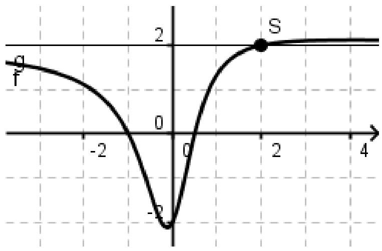
$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\mathbf{r(x) = 0}}$$

Schnittstellen der Funktion f mit der Asymptotenfunktion sind
die (Zähler-)**Nullstellen der Restfunktion r(x)**.

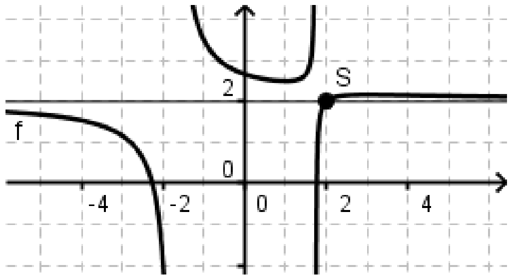
Damit solche existieren, muss die Restfunktion im Zähler x enthalten.
Also muss der Grad(N) ≥ 2 sein, andernfalls wäre die Polynomdivision nicht vollständig.
In der Praxis kommen keine Zähler- und Nennergrade > 2 vor, also haben Funktionen, deren Graph den Graph der Asymptotenfunktion schneidet, waagrechte Asymptoten.

Typische Graphen sind

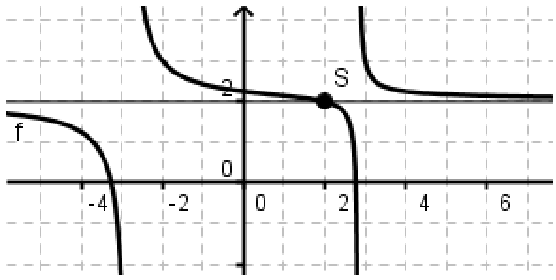
- $f_1(x) = 2 + \frac{x-2}{x^2+1}$; $D = \mathbb{R}$.
  Keine Polstellen



- $f_2(x) = 2 + \frac{x-2}{x^2-3}$; $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{3}\}$
  Zwei Polstellen bei $\pm\sqrt{3}$
  Der Schnittpunkt liegt außerhalb der beiden Polstellen



- $f_3(x) = 2 + \frac{x-2}{x^2-8}$; $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\sqrt{2}\}$
  Zwei Polstellen bei $\pm 2\sqrt{2}$
  Der Schnittpunkt S liegt zwischen den beiden Polstellen



Skizzieren Sie die Graphen:

$f_4(x) = \frac{4x^2-6}{x^2+x-6}$ $\quad$ $f_5(x) = \frac{2x^2}{x^2-6}$ $\quad$ $f_6(x) = \frac{x^2-2x}{x^2-6}$

$f_7(x) = \frac{2x^2-x-5}{x^2+x-2}$ $\quad$ $f_8(x) = \frac{2x^2+4x+2}{x^2+1}$ $\quad$ $f_9(x) = \frac{x^3-x^2+2x}{x^2+1}$

Ordnen Sie die Graphen den obigen Funktionen zu: